LA REMUNERATION DES SALARIES DANS LES PME, PMI

Dr Henni Mohammed Nabil
Université de CHLEF

1-Introduction sur le sujet

L'observation des cycles économiques fait apparaître que le salarie réel ne varie que peu au coures du cycle, alors que l'emploi est beaucoup plus variables. Cette constatation empirique très ancienne ne s'intègre pas aisément au sein des grandes familles de théorie macroéconomique. La théorie des contrats de travail implicites est née d'une tentative d'expliquer cette propriété. Son objet et de décrire la fixation des niveaux de salarie réel et l'emploi par une PME ou PMI par l'intermédiaire d'un contrat (on observe en fait très peu de contrat explicites de ce type ; c'est la raison pour le quelle AZARIADIS 1975 a forgé le terme « contrat explicites», qui pose des difficultés sur les quelle nous reviendrons) qui la lie à ses employés. En présence d'incertitude, ce contrat doit arbitrer entre la recherche du partage optimal des risques et celle de l'efficacité productive. L'espoir des contributeurs à cette littérature était qu'elle apporterait un éclairage sur les fluctuations des l'emploi et des salaires.

1- les premiers modèles de contrat explicites se sont placés en situation d'information symétriques ; ils ont montré que si la PME ou la PMI est mois averse au risque que ses employés, elle aura tendance à les assurer en leur garantissant une utilité peu dépendante de état de la nature. La théorie peut ainsi expliquer pourquoi les salaires varient peu au cour du cycle économique .En revanche, elle prédit des niveaux d'emploi efficaces et ne permet donc pas d'aborder le problème de chômage
2- Les modèles plus récents ont supposé que les PME acquérait une meilleure connaissance de l'état du monde que ses employés après la signature du contrat. Si la PME est averse au risque elle voudra payer des salaire plus bas lorsque l'état du monde est défavorable, afin de partager les risques avec ses employés. cependant, le fait que les employés n'observent pas l'état du monde empêche la PME de baisser les salaires autrement qu'en réduisant le niveau de l'emploi au –delà de ce qui serait efficace. Certaines contributions ont ainsi obtenu des résultats de sous- emploi.

Enfin ce sujet présente la solution de problème de la rémunération des salariés avec l'utilisation des modèles font une utilisation intensive de la théorie des jeux

2-Présentation du model L'aléa moral

On parle d'aléa moral *(moral hazard)* quand

- l'Agent prend une décision ("action") qui affecte son bien-être et celui du principal;
- le Principal n'observe que le "résultat", un signal imparfait de cette action;
- l'action choisie spontanément par l'Agent n'est pas Pareto optimale.

L'action étant inobservable, le Principal ne peut pas forcer l'Agent à choisir une action qui soit efficace du point de vue des deux parties. Il ne pourra influer sur le choix d'une action par l'Agent qu'en conditionnant son utilité à la seule variable observable, le résultat.

Les exemples d'aléa moral sont extrêmement nombreux; en fait, on peut difficilement imaginer une relation économique qui ne soit pas affectée par ce problème.[1] Il faudrait pour cela que le Principal puisse observer parfaitement toutes les décisions de l'Agent qui affectent son utilité, ce qui réclamerait des efforts de supervision extrêmement coûteux.

L'aléa moral est présent à tous les échelons des entreprises (PME), et ce dès que l'employeur ne peut parfaitement contrôler les décisions de ses salariés. On parle généralement *d'effort* pour désigner les inputs fournis par les employés qui ne sont pas directement observables ; l'employeur ne peut que conditionner les salaires à la production ou à d'autres variables observables pour inciter les employés à l'effort. Le terme d'effort est trompeur en ce qu'il suggère que le seul problème d'aléa moral présent dans les entreprises consiste à inciter les employés à travailler ; en fait, il y a également un aspect d'aléa moral dès que les objectifs des parties en présence diffèrent. C'est par exemple le cas dans les relations entre les actionnaires et les dirigeants: ces derniers sont des agents économiques autonomes, et ils peuvent avoir en tant que tels leurs objectifs propres, alors que les actionnaires souhaitent les inciter à prendre des décisions qui maximisent les profits.

Dans le cas de l'assurance - dommages, l'aléa moral provient du fait que l'assureur ne peut observer les efforts d'autoprotection (précautions contre le vol, les incendies. . .) que consentent les assurés et qui ont un impact positif sur ses profits.

On rencontre également de l'aléa moral dans toutes les activités de prestation de service, où l'effort du prestataire affecte le bon accomplissement de la tâche qui lui a été confiée. A titre d'exemples, on peut citer les relations entre un automobiliste et son garagiste, ou entre un patient et son médecin.

Enfin, l'aléa moral est souvent étudié en économie du développement pour rendre compte des relations entre les propriétaires terriens et leurs métayers: le contrat de métayage stipule en effet que la récolte sera partagée entre les deux parties, et il importe donc au propriétaire d'inciter le métayer à accroître ses efforts.

Si le Principal peut observer l'action de l'Agent, on parle de premier rang. Le Principal peut alors ordonner à l'Agent de choisir l'action efficace[2], et choisir ensuite les salaires qui réalisent le partage des risques optimaux entre les deux parties.

En particulier, on suppose souvent que le Principal est neutre au risque ; on peut justifier cette hypothèse si le Principal peut diversifier les risques liés à sa relation avec l'Agent. En revanche, l'Agent présente généralement de l'aversion pour le risque (étant "petit", il lui est plus difficile de diversifier ce risque). Le partage optimal des risques suppose alors que le Principal "assure" complètement

L'Agent en lui versant un salaire constant et en supportant tous les risques liés à leur activité commune.

Dans la situation (dite de second rang) qui nous préoccupe, le Principal ne peut observer qu'une variable corrélée avec l'action prise par l'Agent : le résultat. Nous avons vu que si le Principal est neutre au risque, l'optimum de premier rang consiste à donner un salaire constant à l'Agent ; mais ceci incite l'Agent à choisir égoïstement l'action qui est la moins coûteuse pour lui, et qui n'est pas optimale en général[3]. La résolution du problème d'aléa moral suppose donc que le Principal offre à l'Agent un contrat qui arbitre entre

- le partage des risques, qui suggère que le salaire de l'Agent dépende peu du résultat ;
- la recherche des incitations, qui pousse le Principal à conditionner le salaire au résultat. .

Notons que si l'Agent est neutre au risque, il n'y a plus à arbitrer: on peut lui faire supporter tous les risques, et le second rang coïncide avec le premier rang (on dit que le Principal "vend l'entreprise" à l'Agent). Ce cas est cependant de peu d'intérêt pratique.

3-Le modèle de base

Nous présenterons le modèle de base dans un cadre discret. L'Agent doit choisir entre n actions possibles: $a_1,..., a_n$. Ces actions produisent un parmi m résultats, notés $X_1,\dots, X_m$.

Le résultat n'est *a priori* qu'un signal qui apporte de l'information sur l'action choisir par l'Agent. Pour simplifier, nous l'identifierons au surplus de la relation. Nous généraliserons cette approche' en (le cas de plusieurs signaux)

La relation aléatoire entre les actions et les résultats est souvent appelée "technologie". Nous supposerons que si l'Agent choisit l'action $ai,$ le Principal observe le résultat X_j avec une probabilité P_{ij} strictement positive[4].

La seule variable publiquement observable est ici le résultat; les contrats prennent donc nécessairement la forme d'un salaire conditionné au résultat. Si le Principal observe le résultat $X_j,$ il paie à l'Agent un salaire W_j et garde $(X_j - W_j)$ pour lui-même.

La fonction d'utilité de von Neumann -Morgenstern de l'Agent est :

$$U(W) - a$$

Où U est croissante et strictement concave.

Celle du Principal (supposé neutre au risque pour simplifier) est

$$X\text{-}W$$

3-1Programme de l'Agent

Lorsque le Principal lui offre un contrat (W_j), l'Agent choisit son action en résolvant le programme suivant:

$$\max_{j=1,..,n} \sum_{j=1}^{m} p_{ij}(u(w_j) - a_i)$$

Si l'Agent choisit a_i, c'est que les (n -1) contraintes d'incitation

$$(IC_k) \qquad \sum_{j=1}^{m} p_{ij}(u(w_j) - a_i) \geq \sum_{j=1}^{m} p_{kj}(u(w_j) - a_k)$$

Sont vérifiées, pour $k = 1,.. ,n$ *et* $k \neq$ i.

L'Agent n'acceptera toutefois le contrat que si celui-ci lui donne une utilité suffisante, au moins égale à un $\underline{U}$ qui représente l'utilité que l'Agent peut obtenir s'il rompt sa relation avec le Principal (c'est sa *next - best opportunity).* La contrainte de participation (de rationalité individuelle) s'écrit donc, si l'action préférée par l'Agent est a_i :

$$(IR) \qquad \max_{i=1,......n,\ j} \sum^{m} p_{ij}(u(w_j) - a_i) \geq \underline{U}$$

3-2Le programme du Principal

Le Principal doit choisir le contrat $(W_1''.'' w_m)$ qui maximise l'espérance de son utilité en tenant compte de l'impact de ce contrat sur les décisions de l'Agent:

$$\max_{(w_1...w_m),i} \sum_{j=1}^{m} p_{ij}(x_j - w_j)$$

Sous
$$\begin{cases} (IC_K)K = 1,.........netK \neq i(\lambda_K) \\ (IR)(u) \end{cases}$$

Où ai est l'action choisie à l'équilibre et les nombres entre parenthèses représentent les multiplicateurs (positifs) associés aux contraintes. Notons que la maximisation se fait par rapport aux salaires (W_j) mais aussi à l'action ai, dont le Principal contrôle le choix indirectement

Fixons ai ; le Lagrangien du problème de maximisation s'écrit

$$\pounds(W,\lambda,u) = \sum_{j=1}^{m} p_{ij}(x_j - w_j)$$

$$+\sum_{K=1;K\neq i}^{n}\lambda_K\left(\sum_{j=1}^{m}p_{ij}(u(w_j)-a_i)-\sum_{j=1}^{m}p_{Kj}(u(w_j)-a_K)\right)$$

$$+u\left(\sum_{j=1}^{m}p_{ij}(u(u_j)-a_i)-\underline{U}\right)$$

Et sa dérivation par rapport à W_j donne immédiatement

$$\frac{1}{u'(w_j)}=u+\sum_{K=1,K\neq i}^{n}\lambda_K(1-\frac{p_{Kj}}{p_{ij}}).....(E)$$

Au premier rang, on aurait le partage des risques efficace, soit le salaire constant donné par

$$\frac{1}{u'(w_j)}=u_0$$

u_0 Étant choisi de manière à ce que la contrainte *(IR)* soit à l'égalité.

La différence entre ces deux équations provient ici de la positivité de certains des multiplicateurs λ_K, c'est-à-dire du fait que des contraintes incitatives sont saturées: certaines actions a_k donnent à l'Agent la même utilité que *ai.* A l'équilibre, il y a forcément au moins un *),k* strictement positif (sans quoi on pourrait négliger les contraintes d'incitations, et le problème d'aléa moral disparaîtrait) ; W_j dépend donc de *j* par l'intermédiaire des termes P_{kj}/P_{ij}.

Les termes P_{kj}/P_{ij} jouent un rôle fondamental dans l'analyse du problème d'aléa moral. Leur signification peut être recherchée par analogie avec la statistique mathématique classique. Le problème du Principal consiste en effet en partie à essayer de déduire de l'observation du résultat l'action qu'a pu choisir l'Agent. En termes statistiques, le Principal cherche à estimer le "paramètre" *a* au vu de l' "échantillon" X_j. Ce problème peut se résoudre en calculant l'estimateur du maximum de vraisemblance de *a,* c'est-à-dire le a_k tel que P_{kj} est le plus élevé. Il y a donc équivalence entre
ai est l'estimateur du maximum de vraisemblance de *a* sachant X_j *et*

$$\forall K,\frac{p_{Kj}}{p_{ij}}\leq 1$$

Pour cette raison, les quantités P_{kj}/P_{ij} sont appelées "rapports de vraisemblance". Cette analogie permet d'interpréter l'équation (E). Fixons toujours l'action optimale *ai* j comme tous les multiplicateurs $\lambda,_k$ sont positifs ou nuls et la fonction *l/u'* est croissante, le salaire W_j correspondant au résultat *j* sera d'autant plus élevé qu'un plus grand nombre de rapports de vraisemblance P_{kj}/P_{ij} seront plus petits que 1. Il sera donc plus élevé si *ai* est l'estimateur du maximum de vraisemblance de *a* sachant *Xj* : le

Principal verse un salaire élevé quand il observe un résultat qui le conduit à inférer que l'Agent a choisi l'action optimale. En revanche, il versera un salaire faible s'il observe un résultat qui est très peu probable si l'Agent a effectivement choisi l'action optimale.

3-3Propriétés* du contrat *optimal

Supposons que $X_1 < \ldots < X_m$ et $a_1 < \ldots < a_n$; nous allons étudier la dépendance du salaire W_j par rapport au résultat j. Quand l'action est observable, W_j est constant ;si, plus généralement, le Principal était averse au risque, le salaire W_j de premier rang serait une fonction croissante de j. Pouvons-nous aboutir à une telle conclusion en second rang?

Dans le cas général, on peut seulement prouver (voir Grossman-Hart (1983)) que:
(i) W_j ne peut pas être uniformément décroissant en j ;
(ii) $(X_j - W_j)$ non plus;
(iii) $\exists$ (j, l), $Wj > W_l$ et $X_j - W_j \geq X_l - W_l$.

Ces résultats, dont la démonstration est complexe, sont évidemment très faibles et très éloignés de ce que l'intuition suggère, à savoir que le salaire doit être une fonction croissante du résultat. Ils permettent seulement d'obtenir une réponse positive dans le cas où il n'y a que deux résultats (le succès et l'échec par exemple). Le salaire peut alors s'écrire sous la forme

$$\begin{cases} w_1 = w \\ w_2 = w + s(x_2 - x_1) \end{cases}$$

C'est-à-dire que l'Agent reçoit un salaire de base W et, en cas de succès, un bonus proportionnel à l'accroissement du surplus. La partie (iii) du résultat énoncé ci-dessus montre que le taux du bonus S est compris entre 0 et 1 : les salaires croissent avec le résultat, mais pas au point d'épuiser l'accroissement du surplus partageable.

S'il y a plus de deux résultats, on ne peut obtenir des conclusions positives qu'en mettant beaucoup plus de structure sur la technologie de production du résultat, c'est-à-dire sur les probabilités P_{ij}. Le résultat joue en effet un double rôle dans ce modèle: il représente le surplus global qui doit être partagé, mais c'est aussi un signal qui informe le Principal sur l'action choisie par l'Agent; ce sont les propriétés informatives de ce signal qui déterminent la forme de la solution, comme nous l'avons déjà entr'aperçu dans notre discussion des rapports de vraisemblance.

Reprenons l'équation (E) qui définit le contrat optimal:

Puisque le membre de gauche $\frac{1}{u'(w_j)} = u + \sum_{K=1, K\neq i}^{n} \lambda_K \left(1 - \frac{p_{Kj}}{p_{ij}}\right)$ de (E) est croissant en W_j, W_j sera même croissant en j. Il nous reste à trouver des conditions qui garantissent que c'est le cas. Pour ce faire, supposons tout d'abord qu'un effort élevé accroît la probabilité d'un bon résultat au moins autant que celle d'un mauvais résultat, c'est-à-dire que

$$\forall K < i, \forall l < j, \frac{p_{ij}}{p_{il}} \geq \frac{p_{Kj}}{p_{Kl}}$$

Ceci revient à écrire que pour tous k < i, le rapport de vraisemblance P_{ij} / P_{kj} est croissant par rapport au résultat j.

Cette condition est appelée *Monotone Likelihood Ratio Condition* (MLRC). On peut la comparer à une autre propriété de croissance stochastique souvent utilisée, la dominance stochastique

$$p_{ij} = \sum_{j=1}^{j} p_{il}$$

Du premier ordre. Notons la fonction de répartition de la loi du

Résultat conditionnellement à l'action *a.* La dominance stochastique du premier ordre énonce que cette fonction de répartition se déplace vers la droite quand *a* croît, c'est-à-dire que *Pij* décroît en i pour tout j. Elle exprime donc que quelle que soit la façon dont on définit un bon résultat, la probabilité d'un bon résultat croît en *a.* Elle implique notamment que l'espérance

Du $\sum_{j=1}^{m} p_{ij} x_j$ résultat croît en l'action i. Pour le démontrer, il suffit de remarquer que

$$\sum_{j=1}^{m} p_{ij} = p_{i1}x_1 + \sum_{j=2}^{m}(p_{ij} - p_{i,j-1})x_j$$

$$= \sum_{j=1}^{m-1} p_{ij}(x_j - x_{j+1}) + x_m$$

On peut montrer facilement que (MLRC) et la dominance stochastique du premier ordre sont équivalentes s'il n'y a que deux résultats possibles. Dans le cas général, (MLRC) implique toujours la dominance stochastique du premier ordre. Soient en effet *k* < i. De par (MLRC), le rapport de vraisemblance P_{kj} / P_{ij} est une fonction sans quoi on aurait

$$1 = \sum_{j=1}^{m} p_{ij} = \sum_{j=1}^{m} p_{Kj} \frac{p_{ij}}{p_{Kj}} > \sum_{j=1}^{m} p_{Kj} = 1$$

Ce qui est absurde. Il doit donc exister un indice *q* tel que

$$q = \max \left\{ j = 1,\ldots., m \mid \frac{\mathrm{p}_{\mathrm{ij}}}{\mathrm{p}_{\mathrm{Kj}}} \leq 1 \right.$$

Considérons maintenant la fonction définie par $f_o = 0$ et

$$\forall j = 1,\ldots., m, F_j = \sum_{l=1}^{j} p_{kl} - \sum_{l=1}^{j} p_{il}$$

Notons que $F_m=0$ .On a

$$\forall j = 1,\ldots., m, F_j - F_{j-1} = P_{kj} - P_{ij} = P_{kj}(1 - \frac{P_{ij}}{P_{kj}})$$

D'où on déduit que F_j croît en j pour j ≤ *q* et décroît en j pour *q* < j ≤ m. Mais puisque $F_o = F_m = 0$, on doit avoir $Fj \geq 0$ pour tout j, ce qui démontre la dominance stochastique du premier ordre.

Puisque les multiplicateurs λ_k sont positifs, (MLRC) nous permet d'affirmer que les termes λ_k *(l-* P_{kj}/P_{ij}*)* de (E) sont croissants en j si *k* < i, et décroissants dans le cas contraire. Nous aurons donc abouti si nous trouvons une condition qui implique que les multiplicateurs λ_k sont tous nuls quand *k* est supérieur à i, c'est-à-dire que les seules contraintes d'incitations actives visent à empêcher l'Agent de choisir des actions moins coûteuses que l'action optimale.

S'il n'y a que deux actions, le problème d'aléa moral n'a d'intérêt que si le Principal cherche à mettre en œuvre l'action la plus coûteuse

(Dans le cas contraire, le salaire optimal est indépendant du résultat) ;
(MLRC) suffit donc à montrer la croissance du salaire. Dans le cas général, Grossman et Hart proposent la *Concavity of the Distribution Function Condition* (CDFC). Cette nouvelle condition énonce que la fonction de répartition du résultat est concave en a sur $\{a_1, \ldots, a_n\}$;
Plus formellement, soient i < j < k et $\lambda \in [0, 1]$ tels que
(CDFC) énonce en quelque sorte que les rendements marginaux de l'effort sont décroissants; cette interprétation doit cependant être maniée avec précautions. En fait, (CDFC) n'a pas de sens économique très clair et est d'une validité beaucoup plus douteuse que (MLRC).
Le principal intérêt de cette condition et qu'elle permet effectivement d'obtenir le résultat recherché, comme nous allons le montrer.

Soit a_i l'action optimale. Il est facile de voir qu'il existe nécessairement un l < i tel que le multiplicateur λ_l est non nul. Si tous les λ_k étaient nuls pour k < i, le salaire optimal serait en effet le même si le choix d'actions possibles était restreint à $A = \{a_i, \ldots, a_n\}$; mais le salaire optimal serait alors constant puisque ai est l'action la moins coûteuse dans A. Or cette conclusion est absurde, puisqu'un salaire

Constant ne peut mettre en œuvre que l'action al et non ai dans le problème global.
Considérons maintenant le problème où l'Agent est contraint à choisir dans l'ensemble $a_l, \ldots, a_i$, et soit W le salaire optimal. Dans ce problème, a_i est l'action la plus coûteuse, et (MLRC) implique
Donc que W_j croît en j. Nous allons maintenant montrer que W reste optimal si on permet à l'Agent de choisir dans $a_1, \ldots, a_n$. Supposons au contraire qu'il existe un k > i tel que l'Agent préfère choisir a_k :

$$\sum_{j=1}^{m} P_{kj} u(w_j) - a_k > \sum_{j=1}^{m} P_{ij} u(w_j) - a_i$$

Et soit l l'indice d'une action moins coûteuse que a_i et dont le multiplicateur associé est non nul, de sorte que

$$\sum_{j=1}^{m} P_{ij} u(w_j) - a_l = \sum_{j=1}^{m} P_{ij} u(w_j) - a_i$$

Il existe un $\lambda \in [0,1]$ tel que

$$a_i = \lambda\, a_k + (1 - \lambda) a_l$$

Et on peut donc appliquer (CDFC) :

$$\forall j = 1, \ldots m, P_{ij} \geq \lambda \mathrm{P_{kj}} + (1-\lambda) P_{ij}$$

On en déduit

$$\sum_{j=1}^{m} P_{ij} u(w_j) - a_i = \sum_{j=1}^{m-1} P_{ij} \left(u(w_j) - u(w_{j+1}) \right) + u(w_m) - a_j$$

$$\geq \left(\sum_{j=1}^{m-1} P_{kj} \big(u(w_j) - u(w_{j+1}) \big) + u(w_m) - a_k \right.$$

$$\left. + (1-\lambda) \left(\sum_{j=1}^{m-1} P_{ij} \big(u(w_j) - u(w_{j+1}) \big) + u(w_m) - a_l \right) \right)$$

$$= \lambda \left(\sum_{j=1}^{m} P_{kj} u(w_j) - a_k \right) + (1-\lambda) \left(\sum_{j=1}^{m} P_{lj} u(w_j) - a_l \right)$$

Ce qui est absurde de par la définition de a_k et de a_l. Le salaire croissant W_i est donc bien la solution optimale dans le problème élargi.

La conclusion générale à tirer de ces calculs est que la structure du problème d'aléa moral le plus simple est déjà très riche et qu'il est dangereux de trop se fier à son intuition. Il n'est pas nécessairement vrai, par exemple, que l'action optimale en second rang soit plus faible que l'action optimale de premier rang. Il n'est pas non plus vrai que le profit espéré du Principal augmente quand l'Agent devient plus "productif' (au sens de la dominance stochastique du premier ordre) quelle que soit l'action qu'il choisit. La littérature contient de nombreux résultats négatifs de ce type.

4-Extensions

4-1Informativité et perte de second rang

Puisque le Principal doit fournir des incitations à l'Agent, son profit espéré est plus faible en second rang qu'en premier rang. Nous allons montrer que cette perte d'utilité est d'autant plus élevée que la technologie est moins informative.

Considérons une matrice stochastique [5] R et supposons que les probabilités p' se transforment en d'autres probabilités p^l telles que

$$\forall i, j p'_{ij} \sum_{k=1}^{m} R_{ik} P_{ik}$$

Et que les résultats x se transforment en x' parallèlement de manière à ce que le surplus espéré reste constant:

$$\forall i, \sum_{j=1}^{m} p'_{ij} x'_j = \sum_{j=1}^{m} P_{ij} x_j$$

On peut interpréter cette transformation en considérant l'expérience suivante en deux étapes: le Principal n'observe pas le résultat X_k obtenu suivant la loi P_{ij} une fois l'action a_i choisie, mais un résultat x_j qui est obtenu en tirant parmi les résultats x' avec la loi de probabilité donnée par la k^e colonne de R. Cette transformation des probabilités correspond donc à une moindre informativité *(coarsening)* au sens de Blackwell : en termes statistiques, les inférences qui peuvent être tirées sur a au vu de x' quand les probabilités sont p' sont moins précises que celles qu'on peut tirer de l'observation de x quand les probabilités sont p.

Soient *ai* une action et *w'* une fonction de salaire qui la met en œuvre dans le modèle *(p', x')*. Revenons au modèle *(p, x)* et considérons le salaire donné par

$$u(w_j) = \sum_{k=1}^{m} R_{kj} u(w'_k)$$

On voit facilement en utilisant l'interprétation donnée plus haut pour l'expérience en deux étapes que ce salaire met en œuvre *ai* dans le modèle *(p, x)*. On a en effet

$$\sum_{j=1}^{m} P_{ij} u(w_j) = \sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} P_{ij} R_{kj} u(w'_k) = \sum_{k=1}^{m} P_{ik} u(w'k)$$

D'autre part, il le fait à un moindre coût pour le Principal que ne le fait *w'* dans le modèle *(p', x')*, puisqu'il impose moins de risque à l'Agent, qui est averse au risque.

Ceci démontre que l'action optimale peut être mise en œuvre à moindre coût dans le modèle le plus informatif. Il va de soi que la relation "être plus informatif que" n'est qu'un ordre très partiel dans l'ensemble des technologies, et que ce résultat n'est donc pas d'un grand intérêt pratique. Il permet cependant d'illustrer un autre des nombreux liens entre le modèle d'aléa moral et les principes de l'inférence statistique.

4-2Un continuum d'actions

Si $a \in \left[\underline{a}, \overline{a}\right]$ les contraintes d'incitation deviennent trop nombreuses pour être véritablement

Analysables. On doit alors recourir à "l'approche du premier ordre", qui consiste à ne prendre en considération que les contraintes d'incitation locales.

Soit $p_j(a)$ la probabilité de X_j sachant a ; l'Agent maximise

En *a,* d'où au premier ordre

$$\sum_{j=1}^{m} P_{ij}(a)(u(w_j) \_ a)$$

$$\sum_{j=1}^{m} p'_j(a) u(w_j) = 1$$

L'approche du premier ordre consiste à négliger toutes les autres conditions: la condition du second Ordre local

$$\sum_{j=\&}^{m} P_j''(a) u(w_j) \leq 0$$

Et les conditions globales.

Les modèles à espace d'actions continu ont été les premiers considérés dans la littérature. La question de la validité de l'approche du premier rang y a donc pris une place importante, même s'il ne s'agit finalement que d'un point assez technique. Roberson (1985) a montré que cette approche est valide sous (CDFC) et (MLRC), et que le salaire est alors automatiquement croissant par rapport au résultat. Il convient toutefois de rappeler que (CDFC) n'est pas une condition particulièrement attrayante; Hewitt (1988) a proposé d'autres conditions plus faibles sur la technologie au prix de nouvelles conditions portant sur la fonction d'utilité de l'Agent

4-3Une infinité de résultats

Plusieurs articles ont utilisé un ensemble de résultats infini (discret ou continu). Ils ont généralement négligé de démontrer l'existence de l'optimum, qui pose pourtant dans ce cas des problèmes difficiles: le contrat *W* devient en effet une fonction. Puisque le Principal maximise par rapport à *w,* il lui faut donc choisir une fonction dans un certain espace. Ce problème, qui ressort de l'analyse fonctionnelle, n'a en général de solution que si l'objectif est continu en *w* (ce qui ne pose pas de problème particulier) et si l'espace dans lequel est choisie la fonction *w est* compact. En fait, la plupart des espaces fonctionnels parmi les plus naturels ne sont pas compacts; il faut donc imposer des restrictions sur la forme des contrats pour garder la compacité des espaces concernés (Page (1987)). Ces restrictions (telles que l'équicontinuité des fonctions *w* admissibles) n'ont malheureusement pas de caractère intuitif très marqué.

4-4Le cas de plusieurs signaux

En plus du résultat *x* qui est le surplus de la relation, le Principal pourrait observer un signal *y* qui n'a pas de valeur économique mais qui lui apporte de l'information sur *a.* Ainsi, un employeur observe la production de ses salariés mais reçoit également des rapports des contremaîtres. Comment le Principal doit-il faire usage de cette information?

Des calculs simples aboutissent à transformer l'équation (E) en

$$\forall(i,j), \frac{1}{u'(w_j^y)} = u + \sum_{k=1,k\neq i}^{n} \lambda_k \left(1 - \frac{P_{kj}^y}{P_{ij}^y}\right)$$

Qui caractérise la façon dont le salaire *w* dépend de *j* et de *y* (on a noté P_{ij}^y la probabilité du couple *(*x_j, *y)* sachant a_i*)*

Le Principal conditionnera donc le salaire à *y* si et seulement si $\frac{P_{kj}^y}{P_{ij}^y}$ dépend de *y,*

C'est-à-dire si et seulement si *x* n'est pas une statistique exhaustive de *(x, y)* pour *a.*

C'est le "théorème de la statistique exhaustive" *(Sufficient Statistic Theorem;* voir Hailstorm (1979)) : le Principal fait dépendre le salaire d'une statistique exhaustive de tous les signaux qu'il reçoit.

4-5Modèles à plusieurs Agents

Dans la pratique, il est généralement difficile d'isoler la relation entre le Principal et l'Agent de son contexte. Si par exemple le Principal est un employeur et l'Agent son salarié, le Principal entretiendra des relations similaires avec d'autres salariés.

C'est par exemple le cas dans le travail en équipe. Si l'Agent travaille au sein d'une équipe dont seule la production globale peut être mesurée, le salaire de l'Agent ne pourra dépendre que de la production globale, à moins que le Principal ne dispose de rapports sur l'effort de chacun des membres de l'équipe. Plus généralement, si l'effort d'un ouvrier affecte sa production mais aussi celle de ses collègues, alors son salaire doit dépendre de leurs productions comme de la sienne propre

(Mookherjee (1984)).

Considérons maintenant un ensemble d'employés remplissant des tâches semblables, et telles que la production de chaque Agent dépend
De son effort, d'un bruit commun à tous les employés et d'un bruit propre à chaque employé. On peut penser par exemple à des ouvriers travaillant dans un même atelier à des tâches partiellement indépendantes et qui ont recours à un outillage commun, ou à des vendeurs d'un même produit auprès de différentes clientèles. Le théorème de la statistique exhaustive montre que le salaire de chaque employé doit alors dépendre des productions de tous les employés, puisque l'observation de routes les productions permet de réduire l'incertitude sur le bruit commun.

On observe souvent (en particulier dans les systèmes de promotion interne) des pratiques d'évaluation relative des employés qui font dépendre leur utilité du rang auquel ils sont classés par leurs supérieurs. On peut montrer que dans le cadre du paragraphe précédent, ces "tournois" sont presque optimaux quand les employés sont très nombreux à exécuter la même tâche; le rang d'un employé devient en effet une statistique presque exhaustive des productions de tous les employés lorsque leur nombre devient très grand (GreenStokey (1983)).

Supposons enfin que différents Agents accomplissent des tâches qui sont affectés par des bruits d'observation indépendants, mais que chaque Agent puisse aussi aider ses collègues à accomplir leur tâche. Si le salaire versé à l'Agent i ne dépend que du bon accomplissement de sa propre tâche, il ne sera pas incité à aider ses collègues. En revanche, il se peut que le contrat optimal consiste à inciter les Agents à coopérer dans leur travail. Itoh (1991) étudie la façon dont le Principal peut créer les conditions d'un travail d'équipe dans ce modèle.

Tous ces résultats supposent que les différents Agents adoptent des stratégies qui forment un équilibre de Nash j les conclusions pourraient être très différentes si les Agents coordonnaient leurs actions en adoptant par exemple des stratégies collusives.

4-6La convergence vers le premier rang

On a insisté dans ce chapitre sur les analogies entre le problème d'incitations qui se pose au Principal et le problème classique d'inférence statistique: le Principal cherche à estimer l'action a au vu du résultat x. On peut donc supposer qu'une loi des grands nombres s'applique: si l'interaction entre le Principal et l'Agent est répétée infiniment, le Principal observera un grand nombre de résultats; il pourra estimer l'action avec plus de précision et donc punir l'Agent avec plus de force si celui-ci ne choisit pas l'action optimale. A la limite, le Principal devrait pouvoir mettre en œuvre l'optimum de premier rang.

Rubinstein -Yaari (1983) montrent que cette intuition est exacte quand l'Agent n'a pas de préférence pour le présent. Supposons que la technologie soit dans chaque période t

$$x_t = a + \varepsilon_t$$

Où les *Et* sont des bruits indépendants et identiquement distribués, de moyenne nulle et de variance finie δ^2. Soit $a*$ l'action optimale de premier rang. Pour inciter l'Agent à choisir l'action $a*$ à chaque période, le Principal peut punir l'Agent si la quantité

$$\frac{1}{t}\sum_{T=1}^{t} y_T - a^*$$

Est plus petite qu'un certain seuil négatif. La difficulté de l'exercice consiste à bien choisir ce seuil, qui doit tendre vers 0 avec t pour exploiter la loi des grands nombres, mais qui ne peut pas le faire trop vite, sans quoi l'Agent serait puni trop souvent, ce qui conduirait à un partage des risques inefficace.

L'outil approprié à ce problème est la loi du logarithme itéré, qui borne les grandes déviations de la loi des grands nombres. Soit un réel), quelconque supérieur à 1 et

$$\delta = \frac{\frac{1}{t}\sum_{T=1}^{t} \varepsilon_T}{\sqrt{\frac{2\lambda\delta^2 \ln \ln t}{t}}}$$

Alors
$$\Pr(\lim_{t \to \infty} \sup \delta_t < 1) = 1$$

La politique consistant à punir l'Agent si

$$\frac{1}{t}\sum_{T=1}^{t} y_T - a^* < -\delta_t$$

Met en œuvre le premier rang si le Principal n'escompte pas l'avenir.

4-7La robustesse des contrats

Nous avons vu que le salaire optimal dépend des rapports de vraisemblance, c'est-à-dire de caractéristiques fines de la technologie. Par ailleurs, le théorème de la statistique exhaustive indique que le salaire optimal doit dépendre de tous les signaux qui peuvent apporter de l'information sur l'action choisie par l'Agent. La théorie suggère donc que le contrat incitatif optimal en présence d'aléa moral est une fonction non linéaire complexe de variables qui peuvent *a priori* être assez nombreuses. Cette prédiction ne s'accorde pas bien avec l'expérience; on constate en effet que les contrats existants ont une forme relativement simple, souvent linéaire, et qu'ils ne dépendent que d'un petit nombre de variables importantes.

Holmstrom-Milgrom (1987) ont cherché à sortir de cette impasse en suggérant que les contrats simples (linéaires) pouvaient être plus robustes que les contrats plus complexes[6]. Leur idée est que la complexité du contrat optimal dans nos modèles est due au fait que la technologie de production du résultat dont dispose l'Agent est très contrainte. Si on laisse beaucoup plus de liberté à l'Agent, alors la forme du contrat optimal sera plus simple. Holmstrom- Milgrom considèrent, pour illustrer leur argument, un modèle où le résultat est produit par une diffusion dont l'Agent peut contrôler la tendance :

$$dx_t = a_t dt + \delta\, dW_t$$

Où *W est* un mouvement Brownien[7] et *t* E [0,1]. L'espace de choix de l'Agent est donc très riche, puisque son action à chaque sous période *t* peut dépendre de X_t. Les utilités des deux parties ne dépendent que du résultat final x_l. Celle de l'Agent s'écrit

$$u(x_1 - \int_0^1 a_t dt$$

où *u* est la fonction CARA [8]

$$u(x) = -e^{-kx}$$

Ils montrent alors que le contrat optimal est linéaire en X_l.

Ce résultat peut se comprendre si on se souvient que le mouvement Brownien est la limite en temps continu d'un processus binomial. Supposons que le résultat puisse augmenter ou baisser d'un montant fixe à chaque sous période, et que l'Agent contrôle la probabilité de ces deux mouvements. Comme la fonction d'utilité de l'Agent est CARA, on peut montrer que le contrat optimal consiste à répéter le contrat qui est optimal dans chaque sous période. Mais ce dernier donne un salaire de base à l'Agent, assorti d'un bonus si le résultat a augmenté. Le contrat optimal du modèle complet doit donc donner à l'Agent un bonus qui dépend linéairement du nombre
De fois où le résultat a augmenté. On obtient enfin le résultat de Holmstrom-Milgrom en passant à la limite en temps continu.

Ce résultat, sous sa forme la plus forte, repose sur des hypothèses assez particulières; il suggère cependant que si le Principal n'a qu'une connaissance imparfaite de la technologie, le contrat optimal aura une forme assez simple.

4-8Le modèle à tâches multiples

Nous avons supposé jusqu'à présent que l'action de l'Agent pouvait se résumer dans une variable unique. Cette hypothèse est bien sûr irréaliste. Considérons par exemple un salarié: son travail se décompose en de nombreuses tâches distinctes qui lui demandent toutes de l'effort et qui peuvent toutes engendrer un signal observable par le Principal. Lorsque celui-ci choisit un schéma de rémunération, il doit prendre en compte cette multiplicité des tâches. Il doit par exemple prendre garde à ne pas récompenser le bon accomplissement d'une tâche au point de détourner l'Agent des autres tâches. Nous allons exposer un modèle simple qui met en évidence les nouveaux arbitrages qui apparaissent dans ce cadre.

Supposons que l'Agent contrôle deux variables d'effort a_l et a_2. Sa fonction d'utilité est donnée par

$$-\exp(r(w-C(a_1,a_2)))$$

Où r est une constante positive (c'est l'indice absolu d'aversion pour le risque de l'Agent) et C est une fonction convexe. Le Principal observe séparément les profits réalisés sur les deux tâches:

$$\begin{cases} x_1 = a_1 + \varepsilon_1 \\ x_2 = a_2 + \varepsilon_2 \end{cases}$$

Où le couple de bruits d'observation $(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ suit une loi normale de moyenne nulle et de variance

$$\sum = \begin{pmatrix} \delta_1^2 & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_2^2 \end{pmatrix}$$

Le profit global du Principal est la somme $(x_{1+}x_2)$.

Compte tenu du choix d'une fonction CARA comme fonction d'utilité du Principal, nous pouvons tirer parti du résultat de Holmstrom-Milgrom (1987) présenté en la robustesse des contrat pour cantonner notre attention aux contrats de salaire linéaires, soit

$$w(x_1,x_2)=\alpha' x+\beta=\alpha_1x_1+\alpha_2x_2+\beta$$

Avec un tel contrat, le Principal obtient une espérance d'utilité égale à

$$a_1 + a_2 - \alpha_1 a_1 - \alpha_2 a_2 - \beta$$

Tandis que celle de l'Agent a pour équivalent certain[9]

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \beta - C(a_1, a_2) - \frac{r}{2}\alpha' \sum \alpha$$

(On a utilisé dans ce calcul la formule donnant l'espérance d'une fonction exponentielle d'une variable aléatoire normale *x* :

$$E\exp(-rX) = \exp(-rEX + \frac{r^2}{2}VX)$$

Appliquée ici à la variable aléatoire *a'x).*

On voit immédiatement sur ces formules que le paramètre *f3* n'intervient que comme transfert entre le Principal et l'Agent. Le contrat optimal est donc obtenu en maximisant l'espérance du surplus total

$$a_1 + a_2 C(a_1, a_2) - \frac{r}{2}\alpha' \sum \alpha$$

Sous la contrainte d'incitation qui énonce que (a_l, a_2) maximise

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 - C(a_1, a_2)$$

La contrainte d'incitation donne directement

$$\alpha_i = C'_i ....(I)$$

Et le contrat optimal vérifie

$$1 - C'_i - r\alpha' \sum \frac{\partial \alpha}{a_i} = 0$$

D'où, après dérivation de *(I),*

$$\alpha = (I + rC''\sigma)^{-1}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$$

Nous allons étudier quelques conséquences de cette formule. Supposons d'abord que les tâches soient indépendantes *(C"* est diagonale) et que les signaux soient indépendants ($\sigma_{12} = 0$). On trouve alors

$$\alpha_i = \frac{1}{1 + rC''_{ii}\sigma_i^2}$$

C'est-à-dire la même formule que si le Principal prenait en considération les deux tâches séparément.

Revenons au cas où la matrice C" n'est pas forcément diagonale et supposons que seule la première tâche donne lieu à un signal observable. On peut modéliser cette situation en supposant que ($\sigma_{12} = 0$) et en faisant tendre σ_2=0vers l'infini dans la formule donnant *a.* On obtient facilement qu'à la limite, *a2* = 0 et que

$$\alpha_1 = \frac{1 - \dfrac{C''_{12}}{C''_{22}}}{1 + r\sigma_1^2 \left(C''_{11} - \dfrac{(C''_{12})^2}{C''_{22}} \right)}$$

Par rapport aux cas où les tâches sont indépendantes, le numérateur et le dénominateur de cette formule sont modifiés. Si par exemple les tâches sont complémentaires ($C''_{12} < 0$: un accroissement de al rend a_2 moins coûteux), al sera d'autant plus élevé que C''_{12} est plus négatif: l'accomplissement de la deuxième tâche n'est pas directement récompensé puisqu'elle ne donne pas lieu à un signal observable, mais les incitations correspondantes sont reportées sur la première tâche.

Restons dans ce cadre et supposons maintenant que seule l'effort total réduit l'utilité de l'Agent, si bien que *C(a₁, a₂) = c(a₁ + a₂)'* La contrainte d'incitation *(I)* donne alors $\alpha_1 = \alpha_2$, et la formule générale permet d'obtenir $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$. Dans ce cas limite où les deux tâches sont des substituts parfaits, inciter l'Agent à bien accomplir l'une des deux tâches aboutit à le décourager d'entreprendre l'autre tâche. Ce dilemme conduit le Principal à renoncer à toute incitation.

Holmstrom-Milgrom (1991) prennent appui sur ce dernier résultat
Pour suggérer que le modèle à tâches multiples peut expliquer pourquoi les schémas incitatifs sont bien moins "pentus" *(high-powered)* dans le monde réel que nos modèles ne le laisseraient supposer: l'existence de nombreuses tâches qui concourent toutes pour obtenir l'attention de l'Agent peut pousser le Principal à réduire fortement la force des incitations qu'il prodigue à l'Agent. Holmstrom et Milgrom étudient dans leur article de nombreuses autres conséquences de la multiplicité des tâches.

5Exemples d'applications

5-1La rémunération des salariés

Les entreprises tiennent une place éminente parmi les organisations économiques qui se préoccupent de fournir des incitations adéquates à leurs membres. L'étude des moyens qu'elles utilisent pour y parvenir constitue donc à la fois une application naturelle et un test empirique des théories présentées dans ce chapitre. Il est bien évident que d'autres sciences sociales comme la sociologie des organisations ou la psychologie ont leur mot à dire dans ce domaine; l'objectif de l'économiste est cependant de pousser l'analyse économique le plus loin possible, en adoptant le point de vue cynique du père de l'organisation scientifique du travail:

Hardly a *competent worker can* be *found who does not devote* a *considerable amount* of *time* to *studying just how slowly he can work and stjlJ persuade his employer that he is going* at a *good pace.*
Frederick Taylor (1929), *The Principles of Scientific Management.*

On pourra se reporter à Baker Jensen Murphy (1988) pour un inventaire critique des difficultés que rencontre la théorie en ce domaine.

La théorie nous enseigne que la meilleure façon d'inciter les salariés à aller dans le sens voulu est d'identifier un ou plusieurs résultats qui constituent des signaux objectifs et publics de leur effort et de fonder leur rémunération sur ces résultats. La forme caricaturale de ces schémas salariaux est le salaire à la pièce, où le salarié est rémunéré en fonction du nombre de pièces qu'il a produites. Cette forme de salariat n'est cependant applicable que dans des cas limités. Par ailleurs, elle risque d'être contre-productive si par exemple le salarié privilégie la quantité produite (qui influe sur son salaire) sur la qualité de son travail (dont ne dépend pas son salaire). Elle tend aussi à réduire la coopération entre employés. En général, l'employeur devra donc chercher à identifier un vecteur de résultats assez complet. S'il ne peut en trouver, il devra se replier sur des évaluations subjectives du travail de l'Agent, dont le maniement est beaucoup plus délicat et qui risquent d'avoir des effets pervers en incitant les salariés à consacrer une partie de leur temps à tenter de convaincre leurs superviseurs de la qualité de leur travail.

A défaut d'évaluation individuelle, l'employeur peut avoir recours à des évaluations collectives. La plus simple d'entre elles consiste à utiliser le profit de l'entreprise comme "résultat" et à y indexer les salaires. Comme toutes les évaluations collectives, elle pose le problème du passager clandestin. Elle impose également aux salariés un risque qu'ils peuvent avoir du mal à diversifier. C'est cependant une solution assez populaire, en partie pour des raisons macroéconomiques. On peut remarquer que la pratique des franchises par laquelle une marque vend le droit de distribuer ses produits à des commerçants en est un exemple extrême; l'Agent paie alors pour garder la totalité des profits, comme il devrait le faire sous le contrat optimal s'il était neutre au risque.

Les tournois et les autres formes d'évaluation relative étudiées en section (Model à plusieurs agents) constituent une formule qui est généralement utilisée
(Au moins implicitement) pour décider des promotions au sein de l'entreprise et donc pour attribuer les hausses de salaire correspondantes. On constate de fait que la dispersion des salaires à l'intérieur des entreprises est largement concentrée sur les changements de grade: les salariés de même grade ont des salaires proches (c'est ce qu'on appelle l'"équité horizontale"), mais le franchissement d'un échelon dans la hiérarchie s'accompagne d'un accroissement de salaire substantiel. Les promotions peuvent donc constituer la principale forme d'incitation dans l'entreprise.

La forme la plus brutale d'incitation est évidemment la menace d'un licenciement. Ce peut être la seule forme d'incitation utilisable si les résultats de l'effort sont observables mais, pour une raison ou une autre, ne sont pas vérifiables et ne peuvent donc conditionner le salaire de l'Agent. La menace de licencier un employé qui ne donne pas satisfaction peut cependant rester inopérante si le chômage est faible, si bien que l'employé licencié peut facilement retrouver un travail à un salaire équivalent [10] . Lazear (1979) suggère que la croissance des salaires avec l'ancienneté dans l'entreprise permet d'augmenter le coût d'un licenciement pour les salariés et donc d'accroître leur incitation au travail. Cette explication ne vaut toutefois que si les entreprises veulent préserver leur réputation de bon employeur et ne licencient donc pas les travailleurs anciens, dont le salaire est supérieur à la productivité.

La rémunération des cadres dirigeants pose des problèmes spécifiques. Ces cadres sont les relais des actionnaires et prennent en leur nom les décisions qui régissent la stratégie de l'entreprise. L'incitation à l'effort n'est en principe pas un problème dans leur cas. En revanche, il convient de les inciter à prendre des décisions qui accroissent la valeur de l'entreprise, et il faut donc tenter d'aligner leurs intérêts privés sur ceux des actionnaires. La façon la plus simple de le faire est bien sûr de lier leurs salaires à la valeur de l'entreprise en les rémunérant par des actions de l'entreprise. Les actionnaires peuvent cependant craindre la dilution des titres ou la manipulation des cours par le dirigeant à son propre bénéfice, et d'autres solutions doivent être trouvées. L'indexation des salaires sur les profits peut inciter les dirigeants à avoir recours à des manipulations comptables ou à prendre des décisions trop inspirées par le court terme. Il arrive souvent que les dirigeants reçoivent des options dont le sous-jacent est l'action de l'entreprise et dont le prix d'exercice est légèrement supérieur au cours actuel. Ces titres permettent de récompenser les dirigeants qui accroissent la valeur de l'entreprise; ils perdent toutefois leur valeur incitative si la valeur de l'entreprise est affectée par un choc négatif.

Au-delà de ces considérations théoriques, les études empiriques montrent que les rémunérations des dirigeants d'entreprise sont étonnamment peu sensibles aux considérations incitatives. Jensen Murphy (1990) estiment ainsi que lorsque la valeur d'une grande entreprise s'accroît de 1000 dollars, la valeur actualisée du salaire (bonus, actions et options comprises) de son principal dirigeant ne croît que de 3 dollars environ.

Les bas de page

1. Le modèle d'aléa moral est d'ailleurs parfois identifié au modèle Principal Agent
2. 0U lui payer un salaire très faible si l'action prise n'est pas efficace.
3. C'est le sens de la citation d' *Huckleberry Finn* qui ouvre ce sujet
4. Si certaines des probabilités P_{ij} étaient nulles, le Principal pourrait en profiter pour exclure certaines actions. Supposons par exemple que l'action *ai* soit l'action optimale de premier rang et qu'on ait $P_{ij} = 0$ pour un certain j. Le Principal pourrait alors pénaliser très durement l'agent si le résultat est x_j
5. une matrice stochastique est une matrice carrée dont tous les éléments sont positifs ou nuls et dont les éléments de chaque colonne somment à 1.
6. Par robustesse, on entend ici la capacité à conserver des propriétés d'optimalité (au moins approchée) quand l'environnement se modifie.
7. Rappelons qu'un mouvement Brownien est un ensemble de variables aléatoires indexées par t E [0, 1] telles que chaque W_t suit une loi normale $N(O, t)$ et les incréments sont indépendants: si $t_1 < t_2 < t_3 < t_4$, $W_{t2} - W_{t1}$ et $W_{t4} - W_{t3}$ sont indépendants. Le mouvement Brownien est le modèle statistique de la marche aléatoire.
8. Constant Absolute Risk Aversion
9. Rappelons que pour un agent de fonction d'utilité u, l'équivalent certain d'une richesse aléatoire X est le nombre x tel que $u(x) = Eu(X)$.
10. Shapiro-Spigots (1984) voient dans cet argument une explication du chômage structurel. Leur modèle est par ailleurs un exemple intéressant d'endogénéisation de la contrainte de participation grâce aux conditions d'équilibre du marché du travail

Bibliographies

1-GEORGE BAKER, MICHAEL JENSEN ET KEVIN MURPHY (1988): "Compensation and Incentives: Practice vs. Theory", *Journal of Finance,* 593-616.

2-JERRY GREEN ET NANCY STOKEY (1983) : "A Comparison of Tournaments and Contracts", *Journal of Political Economy, 91,349364*.

3-SANFORD GROSSMAN ET OLIVER HART (1983) : "An Analysis of the Principal-Agent Problem", *Econometrica,* 51, 7-45.

4-HIDESHI ITOH (1991) : "Incentives to Help in Multi-Agent Situations", *Econometrical,* 59, 611-636.

5-BENGT HOLMSTROM (1979) : "Moral Hazard and Observability", *Bell Journal of Economics,* 10, 74-91.

6-BENGT HOLMSTROM ET PAUL MILGROM (1987) : "Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporal Incentives", *Econo metrica* , 55, 303-328.

7-BENGT HOLMSTROM ET PAUL MILGROM (1991): "Multitask Principal Agent Analyses: Incentive Contracts, Asset Ownership and Job Design", *Journal of Law, Economics and Organization,* 7, 24-51.

8-MICHAEL JENSEN ET KEVIN MURPHY (1990) : "Performance Pay and Top-Management Incentives", *Journal of Political Economy, 98*, 225-264.

9-LAN JEWITT (1988): "Justifying the First-Order Approach to Principal- Agent Problems", *Econometrica,* 56, 1177-1190.

10-EDWARD LAZEAR (1979) : "Why is There Mandatory Retirement?", *Journal of Political Economy,* 87, 1261-1284.

11-DILIP MOOKHERJEE (1984) : "Optimal Incentive Schemes in MultiAgent Situations", *Review of Economic Studies* , 51, 433-446.

12-FRANK PAGE (1987) : "The Existence of Optimal Contracts in the Principal-Agent Model", *Journal of Mathematical Economics,* 16, 157-167.

13-WILLIAM ROGERSON (1985): "The First-Order Approach to Principal-Agent Problems", *Econometrica,* 53, 1357-1368.

14-ARIEL RUBINSTEIN ET MENAHEM Y AAR! (1983) : "Insurance and Moral Hazard", *Journal of Economic Theory,* 14, 441-452.

15-CARL SHAPIRO ET JOSEPH STIGLITZ (1984) : "Equilibrium Unemployment as a Worker Discipline Devisee", *American Economic Review,* 74, 433-444.

***16*-JEAN-JACQUES LAFFONT ET JEAN TIROLE** (1993) : *A Theory of In centives in Procurement and Régulation,* MIT Press.